

Příklady na výpočet směrové derivace, derivace složených funkcí („řetízkové pravidlo“) a výpočet a užití diferenciálů vyšších řádů – viz příklady ke cvičení 15.4.2014, jednodušší příklady na vyšetřování extrémů a funkcí, definovaných implicitně – viz příklady ke cvičení 22.4.2014.

Vyšetřování lokálních, globálních a vázaných extrémů funkce – další příklady:

1. Vyšetřete na množině M lokální (případně i globální) extrémy následujících funkcí:
 - a) $f(x, y, z) = -x^3 + 6xz + 2y - y^2 - 6z^2$, $M = \mathbb{R}^3$;
 - b) $f(x, y, z) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2 + z^2$, $M = \mathbb{R}^3$;
 - c) $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + \frac{z^2}{2} - 3xz - 2y + 2z$, $M = \mathbb{R}^3$;
 - d) $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3(xy + xz + yz)$, $M = \mathbb{R}^3$;
 - e) $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 2z - xy - xz$, $M = \mathbb{R}^3$.
2. Vyšetřete globální extrémy funkce $f(x, y)$ na množině M , je-li:
 - a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 4y$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 25\}$;
 - b) $f(x, y) = (x + y) \cdot e^{-(x^2 + y^2)}$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1 \wedge |x| \leq y + 1\}$;
 - c) $f(x, y) = x^2 - y^2$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2x - y + 1 = 0\}$
 - d) $f(x, y, z) = x + y + z$, $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z < 1\}$
 - e) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$, $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$
 - f) $f(x, y, z) = xy + z^2$, $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \wedge x \geq 0\}$;
 - g) $f(x, y, z) = xy + z^2$, $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1 \wedge x + y + z = 0\}$;
3. Při jakých rozměrech má pravoúhlá vana daného objemu V nejmenší povrch?
4. Najděte bod množiny M , který je nejbližší počátku, je-li

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + 2z^2 = 4 \wedge xy = 2\}.$$
5. Najděte vzdálenost dvou parabol o rovnicích $y = -x^2$ a $y = (x - 6)^2$.